

Prezentace a hodnocení reologických vlastností asfaltových pojiv a směsí modelem 2S2P1D

Reologické vlastnosti asfaltových pojiv a směsí jsou velmi složité, protože závisí na teplotě, rychlosti zatěžování i na míře stárnutí pojiva. Pro jejich modelování se v literatuře používají různé postupy. V posledních letech se používá také model 2S2P1D, navržený francouzskými autory. Stanovení jeho parametrů je však složitější.

Úvod

Reologické vlastnosti asfaltových pojiv a směsí jsou velmi složité, protože závisí na teplotě, rychlosti zatěžování i na míře stárnutí pojiva. Pro jejich modelování se v literatuře používají různé postupy. Například v ČSN EN 12697-26 Zkušební metody pro asfaltové směsi za horka – Část 26 Tuhost je v příloze G uvedena metoda, jak pro asfaltové směsi stanovit matematicky závislost komplexního modulu a koeficientů posunu na teplotě. Po získání parametrů pro obě rovnice je možné snadno vypočítat modul tuhosti asfaltové směsi pro zvolenou teplotu a frekvenci zatížení. Parametry hlavní křivky je možné stanovit minimalizací rozdílů mezi modelem a naměřenými hodnotami nástrojem Řešitel v Excelu. Hlavní křivka pro asfaltové směsi má v log-log měřítku esovitý tvar, který lze charakterizovat sigmoidou. Informace o různých metodách stanovení hlavních křivek, použitých v rámci českého výzkumného projektu CESTI, byly uvedeny v příspěvku na konferenci Asfaltové vozovky 2019 [1].

Pro asfaltová pojiva se tvar hlavní křivky modulu tuhosti obvykle liší od křivky pro asfaltovou směs. Pro pojiva se v literatuře často používá tzv. CAM model. U něho se hlavní křivka asymptoticky přibližuje vodorovné přímce pro velmi vysoké frekvence a šikmé přímce pro velmi malé frekvence. Název CAM modelu je iniciálami amerických autorů (Christensen, Andersen, Marasteanu). Byl navržen v rámci amerického výzkumného programu SHRP. Popis různých reologických modelů pro vyhodnocení hlavních křivek ze zkoušek v DSR je uveden například v [2]. Tento model lze upravit také pro vyhodnocení zkoušky BBR (dle ČSN EN 14771 Stanovení modulu tuhosti za ohybu pomocí průhybového trámečkového reometru), náhradou frekvence zatěžování dobou zatěžování. To bylo popsáno v příspěvku [3] na konferenci Asfaltové vozovky 2021.

Některé modely reologických vlastností asfaltových pojiv a směsí používají jen matematicky definovanou křivku. Jiné modely (označované někdy jako diskrétní) kombinují jednotlivé prvky, charakterizující pružné a viskózní chování při zatížení materiálu. Graficky je pružné chování znázorněno pružinou a viskózní chování pístem pohybujícím se ve válci s kapalinou. (V anglické literatuře je tento prvek označován jako „dashpot“, což se obvykle překládá jako tlumič.) Různými reologickými mo-

dely se zabýval doc. Josef Žák ve své dizertační práci [4]. V ní byl zmíněn také model 2S2P1D, který navrhli pro asfaltová pojiva a směsi francouzští autoři Benedetto a Olard. Model 2S2P1D a jeho kalibrace je popsán v článku [5]. Příklad aplikace modelu pro asfaltovou směs s modifikovaným asfaltem je uveden v [6]. V češtině nebyl dosud o modelu 2S2P1D publikován žádný samostatný příspěvek v odborném časopise nebo na konferenci. Proto jsou pisatelem nejprve uvedeny bližší informace o modelu 2S2P1D. Následuje popis toho, jak je možné stanovit parametry modelu s využitím funkce Řešitel v Excelu a příklad použití modelu 2S2P1D pisatelem pro vyhodnocení výsledků zkoušek modulů tuhosti asfaltové směsi.

Popis modelu 2S2P1D

Model 2S2P1D má 7 parametrů, které je třeba zjistit iterací. Má několik předností proti jiným používaným reologickým modelům. Jen jeden z parametrů modelu závisí na teplotě. Výhodou je i to, že může být použit ve stejném matematickém tvaru pro asfaltová pojiva i pro asfaltové směsi, přičemž některé parametry modelu mají stejnou hodnotu pro pojivo i směs. Pracnější je ovšem jak vypracování formuláře v Excelu pro výpočet parametrů ve vzorcích modelu, tak i provedení vlastní iterace. Pro usnadnění iterace je třeba zvolit vhodné počáteční hodnoty všech parametrů. Přesto iterace trvá déle než např. při konstrukci hlavních křivek komplexních modulů tuhosti metodami použitými v [1].

Model je vhodné použít jen tehdy, pokud jsou vlastnosti měřeny laboratorními zkouškami při několika frekvencích a alespoň při 4 teplotách, dostatečně od sebe vzdálených (u asfaltových směsí od 0 °C do 40 °C). Jinak by bylo problematické, jak zvolit vstupní hodnoty některých parametrů. Extrapolace mimo zkoušené teploty a frekvence by pak mohla být značně nepřesná.

Název modelu 2S2P1D vychází z toho, že grafické znázornění modelu obsahuje 2 pružiny (S – spring), 1 lineární tlumič (D – linear dashpot), u kterého přetvoření od působícího napětí lineárně roste s časem (v závislosti na viskozitě pojiva), a 2 tlumiče s proměnlivou rychlostí přetvoření. Pro 2 nelineární tlumiče bylo v modelu 2S2P1D autory použito písmeno P (P – parabolic creep element). Tento prvek reologického modelu v sobě spojuje elastickou a viskózní složku přetvoření. Takový tlumič se v anglické

literatuře označuje také jako „non-linear dashpot“ nebo „variable dashpot“. Nelineární tlumič použil pro asfaltová pojiva poprvé ve svém modelu francouzský autor Huet. Poté byl převzat do modelu Huet–Sayegh, který obsahoval 2 pružiny a dva nelineární tlumiče (model 2S2P1D). Později se ukázalo, že u asfaltových směsí tento model vede pro velmi malé frekvence k mírně vyšším modulům než naměřeným. To je dobře vidět například na srovnání měření a modelu pro několik asfaltových směsí uvedených v příloze A v článku [12]. Autoři modelu 2S2P1D proto přidali jeden lineární tlumič, čímž dosáhli lepší shody modelu s výsledky měření v širším rozsahu frekvencí.

Stručný popis nelineárního tlumiče s uvedením jeho funkce poddajnosti a vzorce pro komplexní modul nelineárního tlumiče (obsahující Eulerovu gamma funkci Γ) je uveden v [8]. Funkce poddajnosti nelineárního tlumiče má tvar dle rovnice (1).

$$J(t) = a \left(\frac{t}{\tau} \right)^h \quad (1)$$

t ...čas

τ ...charakteristický čas, který se mění se zkušební teplotou

h ...parametr, jehož hodnota je $0 < h < 1$

a ...bezrozměrný koeficient

Podrobný matematický popis nelineárních tlumičů v reologických modelech a souvislost jejich použití s tzv. zlomkovými derivacemi („fractional derivatives“) a gamma funkcí je uveden například v [7] v kapitole 2.3.2.6 „Mechanical Models“, strana 41 až 45. Pro aplikaci 2S2P1D modelu však není nutná znalost těchto složitých matematických operací. Pro praktické používání modelu 2S2P1D postačí nalézt iterací parametry modelu uvedené v základní rovnici (2) a pochopení grafického znázornění parametrů modelu 2S2P1D v diagramu Cole-Cole (obrázek 1).

Základní vzorec komplexního modulu v modelu 2S2P1D má v literatuře [6] tvar:

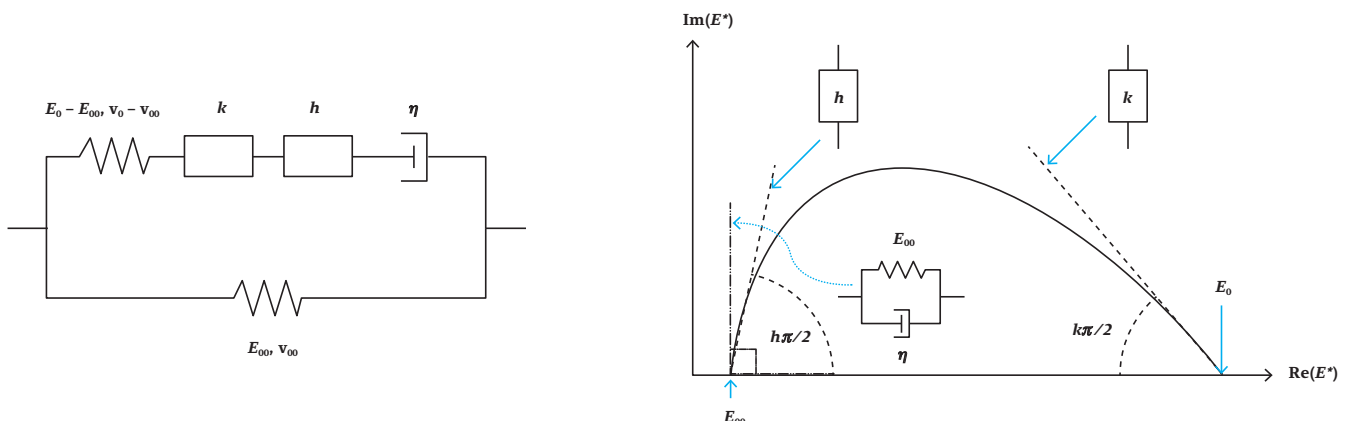
$$E^*(i\omega\tau) = E_{00} + \frac{E_0 - E_{00}}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + (i\omega\tau)^{-h} + (i\omega\beta\tau)^{-1}} \quad (2)$$

i ...komplexní číslo definované jako $i^2 = -1$

Úhlová rychlost $\omega = 2\pi f$ (rad \times s⁻¹), kde f je frekvence (Hz)

E_{00} ...modul při $\omega \rightarrow 0$, tj. při velmi nízkých frekvencích (jmenovatel ve vzorci (2) $\rightarrow \infty$)

E_0 ...modul při $\omega \rightarrow \infty$, tj. při velmi vysokých frekvencích (jmenovatel ve vzorci (2) $\rightarrow 1$)



Obrázek 1: Grafické znázornění modelu 2S2P1D a jeho parametrů v diagramu Cole-Cole [6]

k, h ...parametry modelu pro které platí $0 < k < h < 1$

δ ...kalibrační parametr

β ...parametr modelu, závisící na viskozitě η podle vzorce (3)

$$\eta = (E_0 - E_{00}) \beta \tau \quad (3)$$

τ ...charakteristický čas, který se mění se zkušební teplotou T . Je dán vzorcem (4)

$$\tau(T) = a_T(T) \times \tau_0 \quad (4)$$

τ_0 ...parametr modelu, který se stanoví při referenční teplotě T_{ref}

a_T ...koeficient posunu při teplotě T

Člen ve jmenovateli rovnice (2), vyjadřující vliv nelineárního tlumiče, lze použitím vzorce pro mocninu komplexního čísla převést na vzorec (5). Ten je uveden mezi vzorci v kapitole 3 v [10].

$$(i\omega\tau)^{-k} = |\omega\tau|^{-k} \left[\cos\left(\frac{k\pi}{2}\right) - i \operatorname{sgn}(\omega\tau) \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) \right] \quad (5)$$

Označení sgn ve vzorci (5) je zkratka znaménkové funkce signum, která ukazuje, jaké znaménko má dané číslo.

Pro závislost koeficientu posunu na teplotě byl v literatuře [5] a [6] použit vztah dle autorů Williamse, Landela and Ferryho označovaný, jako WLF vztah, dle vzorce (6).

$$\log(a_T) = \frac{-C_1(T - T_{ref})}{C_2 + T - T_{ref}} \quad (6)$$

Vztah WLF je použit u většiny zahraničních článků o modelu 2S2P1D. Nicméně jednodušší se jeví použít pro koeficient posunu kvadratickou rovnici ve tvaru dle australské směrnice AGPT/T274 pro zkoušku modulu tuhosti a sestrojení hlavní křivky [9], tj. dle vzorce (7).

$$\log(a_T) = a_0(T - T_{ref})^2 + b_0(T - T_{ref}) \quad (7)$$

Pro stanovení koeficientů C_1 a C_2 v rovnici (5) z hodnot a_T získaných z iterace parametrů rovnice (2) je nutno použít znovu Řešitele. Parametry kvadratické rovnice a_0 , b_0 ve vzorci (7) lze získat v Excelu přímo v grafu tlačítkem „přidat spojnicí trendu“ a volbou „zobrazit rovnici v grafu“. Jak bylo konstatováno v [1], postup

$$Im(E^*) = \frac{(E_0 - E_{00})(\delta(\omega\tau)^{-k}\sin(k\frac{\pi}{2}) + (\omega\tau)^{-h}\sin(h\frac{\pi}{2}) + (\omega\beta\tau)^{-1})}{(1 + \delta(\omega\tau)^{-k}\cos(k\frac{\pi}{2}) + (\omega\tau)^{-h}\cos(h\frac{\pi}{2}))^2 + (\delta(\omega\tau)^{-k}\sin(k\frac{\pi}{2}) + (\omega\tau)^{-h}\sin(h\frac{\pi}{2}) + (\omega\beta\tau)^{-1})^2} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N \left[Re(E^{*m\check{r}}(\omega_i)) - Re(E^{*mod}(\omega_i)) \right]^2 + \left[Im(E^{*m\check{r}}(\omega_i)) - Im(E^{*mod}(\omega_i)) \right]^2 \quad (9)$$

AGPT/T274 je také srozumitelnější, protože na rozdíl od koeficientů C_1 a C_2 mají koeficienty a_0 , b_0 jasný geometrický význam.

Při zjišťování parametrů modelu 2S2P1D se postupuje tak, že se vypočítají reálné a imaginární složky komplexního modulu E^* . V [5] a [6] nejsou uvedeny vzorce pro reálnou a imaginární složku komplexního modulu, ale jen základní vzorec (2). Vzorce pro obě složky komplexního modulu je možné nalézt například v [11] na straně 108. Zde je uveden pro ilustraci jen vzorec (8), pro imaginární složku $Im(E^*)$ komplexního modulu.

S pomocí funkce Řešitel v Excelu se stanoví hodnoty parametrů modelu, pro které je nejlepší shoda mezi výsledky měření a modelem pro všechny měřené teploty a frekvence. Použije se k tomu vzorec (9) uvedený na straně 113 v [11]. V něm jsou složky komplexních modulů $Re(E^*)$, $Im(E^*)$. Naměřené moduly mají index „měř“ a vypočtené z modelu index „mod“.

Iteraci s pomocí nástroje Řešitel je vhodné provádět po krocích, získané hodnoty modulů průběžně sledovat na několika grafech současně (včetně Black a Cole-Cole) a postup výpočtu podle toho upravovat. Například tehdy, když se některý z parametrů vyvíjí nepravděpodobným způsobem, přestože vypočtená odchylka mezi modelem a výsledky měření se během iterací stále zmenšuje. Iterace se provádí tak dlouho, až je na všech grafech dosaženo přiměřené shody mezi měřenými moduly a moduly vypočtenými z modelu. Tento postup byl pravděpodobně zvolen při iteraci v [5].

Při kalibraci modelu popsané v literatuře [5], provedené v roce 2015, byl 16 účastníkům poskytnut připravený formulář v Excelu s výsledky laboratorních zkoušek komplexních modulů pro jedno pojivo a jednu asfaltovou směs. Účastníci dostali hodinu času na zjištění parametrů modelu. Výsledky jednotlivých účastníků pak byly v [5] statisticky vyhodnoceny a graficky prezentovány. Poskytují dobrou představu o možném rozptylu vyhodnocených parametrů. Na Universitě Gustave Eiffel je k dispozici program „Viscoanalyse app“, který vyhodnocení viskoelastických parametrů značně usnadňuje (<https://viscoanalyse-database.ifsttar.fr/>).

V literatuře [5] nebyly uvedeny výsledky zkoušek číselně v tabulkách, ale jen v grafech. Pro ověření toho, že pisatelem vypracovaný formulář v Excelu vede na správný výsledek, byly proto použity výsledky zkoušek komplexního modulu tuhosti směsi GB3 uvedené v dizertaci [11], i když u nich byla při následném ověřování zjištěna anomálie, popsaná dále v tomto textu. Tyto dvoubodové zkoušky ohybem dle přílohy A ČSN EN 12697-26 Tuhost byly provedeny v laboratoři LCPC v roce 2003 v souvislosti s experimenty na únavové dráze ve francouzském Nantes. Proto byly laboratorní zkoušky velmi rozsáhlé. Byly realizovány pro 8 teplot v rozmezí od -10 °C do 50 °C a frekvence od 1 Hz

do 40 Hz. Do dizertace [11] byly převzaty a modelem 2S2P1D vyhodnoceny. Výsledky zkoušek jsou v příloze 1 dizertace a parametry modelu 2S2P1D na straně 110.

Pro parametry modelu, uvedené v [11], vyšla autorovi tohoto článku po dosazení do jím sestaveného formuláře v Excelu dobrá shoda modelu s výsledky měření. Vlastní iterací z naměřených hodnot modulů a zvolených vstupních hodnot pro tuto směs vyšly parametry modelu velmi blízké jako v [11]. Porovnání je uvedeno v tabulce 1. Zvolený postup pro vlastní iteraci je popsán v další části. Byl obdobný postupu při hledání parametrů modelu 2S2P1D, zmíněnému v [5].

Zvolený postup iterace

Formulář pro výpočet parametrů modelu byl zpracován v Excelu na několika listech. Na prvním byly tabelárně hodnoty modulů a úhlů fázového posunu zjištěné při zkouškách. Dále tam byly znázorněny křivky v diagramech Blacka a Cole-Cole. Z nich lze provést odhad vstupních hodnot modulů E_{00} , E_0 pro model 2S2P1D, buď extrapolací „od oka“, nebo polynomickou regresí pro několik prvních krajních bodů křivek. Ze sklonů krajních částí křivky v diagramu Cole-Cole lze zvolit vstupní hodnoty parametrů k , h . Vstupní parametry lze zvolit i podle údajů z literatury. Naměřená data a odhadnuté vstupní hodnoty parametrů modelu se přepokopírují do druhého listu. Na něm je výpočet složek komplexních modulů $Re(E^*)$, $Im(E^*)$ ze vstupních hodnot parametrů modelu a minimalizace rozdílů mezi modelem a měřeními nástrojem Řešitel. V grafu závislosti modulů na teplotě a frekvenci i v diagramech Cole-Cole a Blacka byl sledován průběh iterace, která se prováděla po krocích. Současně se sledoval číselný rozdíl mezi modelem a měřeními. Byl sledován nejen rozdíl dle vzorce (9), ale také průměrná relativní chyba, udávaná v procentech, dle vzorce (10), označená v [23] jako MNE „Mean Normalised Error“. N ve vzorci (10) je počet vzorků. Tento vzorec byl v [23] doporučen pro vyhodnocování rozdílů mezi modelem a měřeními při sestrojování hlavní křivky asfaltových pojiv.

$$MNE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{E^{*m\check{r}}(\omega_i) - E^{*mod}(\omega_i)}{E^{*m\check{r}}(\omega_i)} \right| \quad (10)$$

Vzorec (10) je užitečný proto, že minimalizace nástrojem Řešitel se u hlavní křivky modulů tuhosti provádí v širokém oboru frekvencí. Rozdíly ve vysokých hodnotách modulů ovlivňují více celkový součet kvadrátů rozdílů mezi modelem a měřeními. V poměrném vyjádření dle vzorce (10) je vliv krajních hodnot na výsledek menší.

Závislost modulu tuhosti na frekvenci při referenční teplotě odpovídá v modelu 2S2P1D svým významem hlavní křivce stanovené například pomocí sigmoidy. Proto je vhodné před výpočtem parametrů modelu 2S2P1D sestavit na dalším listu v Excelu z naměřených hodnot modulů tuhosti hlavní křivku stanovenou s použitím vztahu pro závislost koeficientu posunu na teplotě (například dle Arrhenia, což je nejjednodušší, nebo dle vztahu WLF). Tato hlavní křivka byla také znázorněna v grafu na listu s výpočtem dle modelu 2S2P1D. V průběhu iterace modelu 2S2P1D bylo pak možné sledovat, jak se hledaná křivka lišila od hlavní křivky stanovené pomocí sigmoidy. Rozdíl v obou křivkách nebývá velký, takže je tím možné korigovat postup iterace v případech, kdy hlavní křivka v modelu 2S2P1D nabývá během iterace mále pravděpodobného tvaru, přestože podle vzorců (9) a (10) se rozdíl mezi modelem a měřením zmenšoval.

Na dalším grafu na listu s výpočtem parametrů modelu 2S2P1D byla znázorněna závislost parametru τ na teplotě. Počáteční hodnoty parametru τ pro jednotlivé zkušební teploty lze zvolit s přihlédnutím k závislosti koeficientu posunu na teplotě, vypočtené na listu pro sestavení sigmoidy nebo z údajů v literatuře. Při pisatelem zvoleném postupu nebyly hodnoty τ pro jednotlivé teploty mezi proměnnými pro Řešitele, aby nebyl počet proměnných příliš velký. Proměnnou byla pouze hodnota τ_0 , tj. parametr pro referenční teplotu T_{ref} . Jinou možností je považovat za proměnné při iteraci hodnoty parametru τ pro všechny teploty. Obě možnosti jsou uvedeny v [13].

Po zahájení iterace a dosažení přiměřené shody mezi měřením a modelem pro jednotlivé teploty byly původní vstupní hodnoty τ manuálně opraveny a znovu spuštěna iterace po krocích nástrojem Řešitel. Sledování změn hodnot τ na samostatném grafu, kde je i závislost koeficientu posunu na teplotě, zjištěná při sestavení sigmoidy na třetím listu, umožnila pozorovat vliv změn hodnot τ na průběh iterace.

V literatuře jsou uvedeny i složité matematické postupy pro iteraci parametrů pro 2S2P1D model. V článku [13] věnovaném optimalizaci iteračního procesu je popsáno několik modelů a postupů včetně použití genetických algoritmů v první fázi iterace a navazujícího postupu algoritmem Levenberg–Marquardt. Při zjišťování viskoelastických parametrů se v různých vědních oborech často používá speciální software, například nástroj Matlab (použitý v [20] nebo v [7], strana 159). Ten ale není volně dostupný. Zde popsáný postup iterace, provedený v Excelu (který má prakticky každý technik k dispozici), s využitím funkce Řešitel gradientní metodou, patrně není optimální z matematického hlediska. Pravděpodobně je i pracnější, ale jeho výhodou je, že může být použit i technikem bez hlubších znalostí složitých matematických postupů. Navíc názorně ilustruje vliv jednotli-

vých parametrů modelu na změnu hodnoty modulu tuhosti během iteračního postupu.

Pro představu o možnostech modelu 2S2P1D je zde uveden výsledek iterace pro asfaltovou směs hodnocenou v dizertaci [11]. Měřené hodnoty modulů a křivky pro model 2S2P1D, vypočtené z parametrů uvedených v [11], jsou na obrázku 2. Referenční teplota byla 20 °C. Největší rozdíl mezi měřením a modelem byl u nejvyšší zkušební teploty 50 °C. Hodnota MNE při vlastní iteraci modelu 2S2P1D byla 3,0 %. Po dosažení všech parametrů modelu přesně stejných jako v [11] vyšla hodnota MNE ještě vyšší.

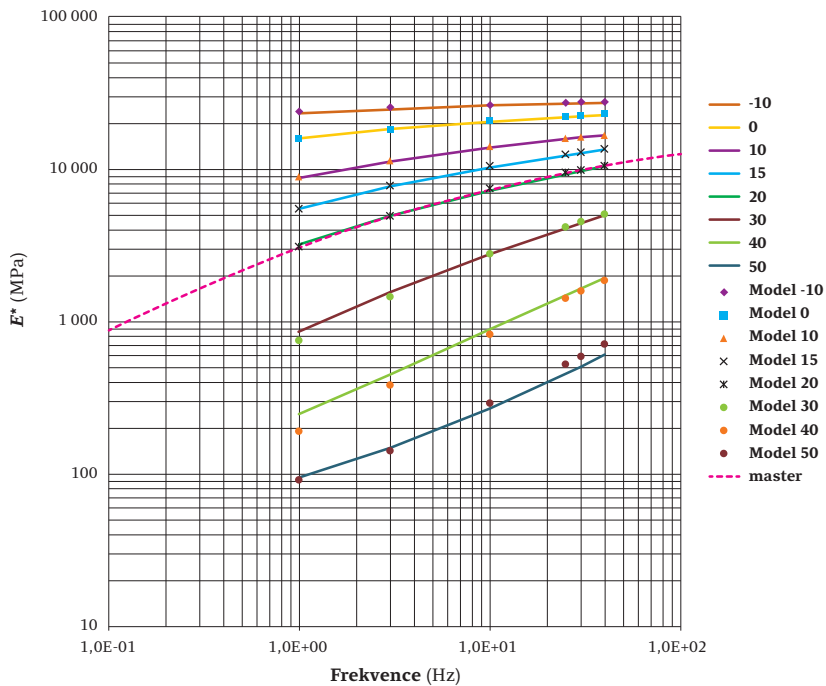
Odlisný průběh při teplotě 50 °C než u ostatních teplot, byl i v diagramu Blacka v obrázku 4. Maximální naměřený úhel fázového posunu byl 57° (při $f = 40$ Hz), což je překvapivě vysoká hodnota v porovnání s údaji v literatuře (viz například komentář v [6] kapitola 6.1). V literatuře se uvádí, že vyšší hodnoty úhlu fázového posunu při vyšší zkušební teplotě mohou být způsobeny plastickými deformacemi nebo opožděním záznamu deformace. Tabelární shrnutí výsledků v [11] je v příloze A1 na straně 251. U teplot od 0 °C do 30 °C úhel fázového posunu rostl s klesající frekvencí (tj. s rostoucí dobou zatížení), což je logické. Při teplotě 40 °C úhel fázového posunu téměř nezávisel na teplotě. Při zkušební teplotě 50 °C však úhel fázového posunu klesal s poklesem frekvence (z 57° až na 39° pro $f = 1$ Hz), což je anomálie. Lze usuzovat, že při laboratorní zkoušce v dvoubodovém ohybu byla již pro směs se silničním asfaltem teplota 50 °C příliš vysoká pro zachování viskoelastického chování. V literatuře [11] nebyla tato anomálie v převzatých výsledcích laboratorních zkoušek komentována. Pravděpodobně to bylo proto, že dizertace se zabývala hlavně výpočty modelujícími chování vozovek, nikoliv laboratorními zkouškami.

Parametry modelu 2S2P1D stanovené iterací jsou v tabulce 1. Křivka v diagramu Cole-Cole je na obrázku 3. Je vidět, že sestupná část křivky je získána již pro teplotu 0 °C. Nejvyšší hodnoty imaginární složky komplexního modulu tuhosti $Im(E^*)$ jsou pro teploty 10 a 15 °C. Křížky na obrázku 3 představují jednotlivé hodnoty modulů vypočtené iterací nástrojem Řešitel z naměřených hodnot. Čárkovaně je vyznačen průběh vztahu mezi reálnou a imaginární složkou komplexního modulu pro hodnoty $Re(E^*)$ vyšší než maximální získané při iteraci pro jednotlivá měření. Tato křivka byla vypočtena (extrapolována) pro stanovené parametry modelu 2S2P1D. (Čárkovaná křivka, vypočtená z parametrů modelu 2S2P1D, nebyla na obrázku 3 prodloužena pro nižší hodnoty $Re(E^*)$, protože by překrývala jednotlivé body na grafu, zejména na vzestupné části křivky. Tím by byl graf méně přehledný.)

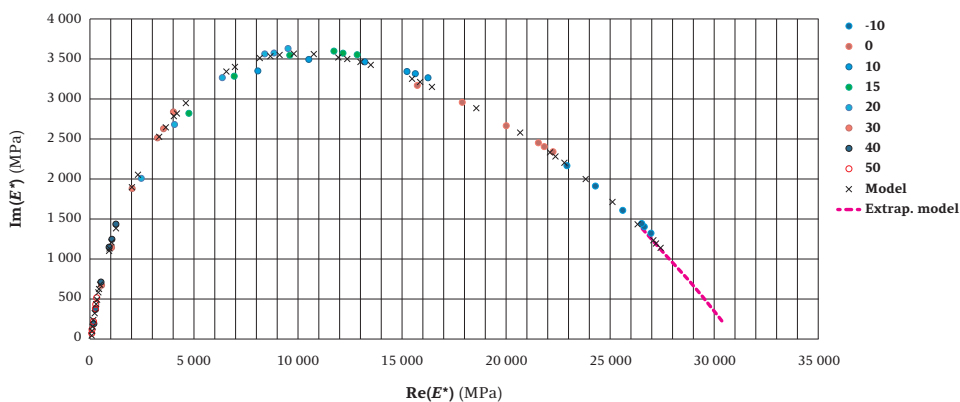
Závislost komplexního modulu tuhosti na úhlu fázového posunu (diagram Blacka) je na obrázku 4.

Tabulka 1: Srovnání parametrů modelu 2S2P1D dle [11] a vlastního výpočtu

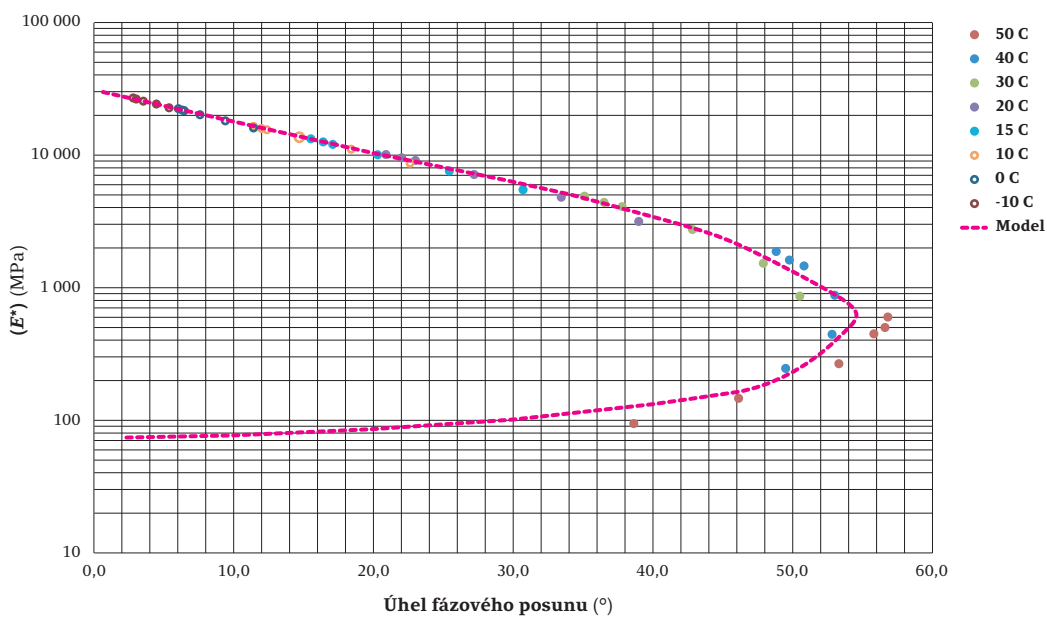
Parametr	E_{00}	E_0	k	h	δ	τ_0 (s)	β
Dle [11]	74	31 000	0,220	0,633	1,95	0,00966	19
Vlastní výpočet	74	30 707	0,214	0,634	1,98	0,00993	19



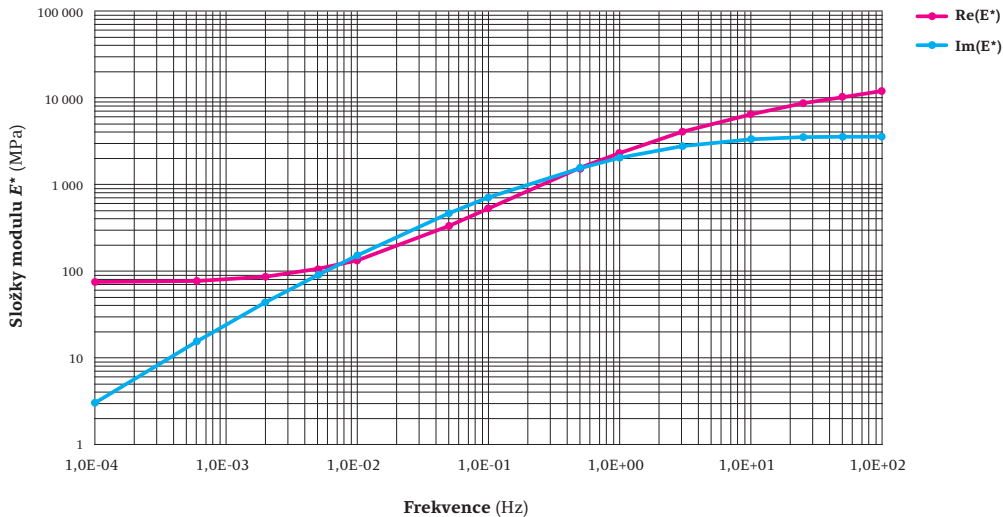
Obrázek 2: Moduly tuhosti měřené a vypočtené z parametrů modelu 2S2P1D v [11] pro $T_{ref} = 20\text{ °C}$



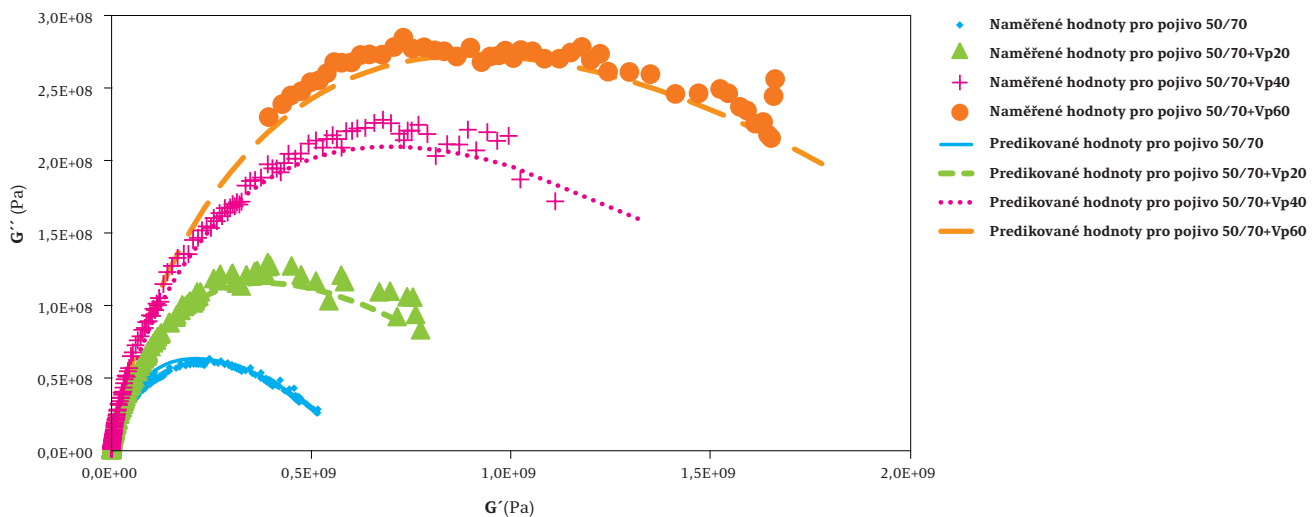
Obrázek 3: Složky modulu tuhosti ze zkoušek v [11] a model 2S2P1D v diagramu Cole-Cole



Obrázek 4: Porovnání naměřených hodnot ze zkoušek v [11] s modelem 2S2P1D v diagramu Blacka



Obrázek 5: Hlavní křivky složek komplexního modulu vypočtené modelem 2S2P1D z hodnot v [11]



Obrázek 6: Porovnání smykových modulů pro asfalt 50/70 smíšený s jemnou frakcí R-materiálu [16]

Na obrázku 5 jsou hlavní křivky složek komplexního modulu vypočtené modelem 2S2P1D.

Z hlavních křivek obou složek komplexního modulu byly poté vypočteny na dalším listu v Excelu hodnoty Pronyho koeficientů pro 14 bodů hlavní křivky. Tento počet neznámých lze již pro vystižení hlavní křivky považovat za přiměřený, i když v [11] bylo pro dosažení větší přesnosti použito 19 bodů. Problematika zjišťování Pronyho koeficientů již ale není předmětem tohoto textu.

Poznámky k použití modelu 2S2P1D v literatuře

Použití modelu 2S2P1D je popsáno v řadě zahraničních publikací. Při zadání hesla „asphalt 2S2P1D“ ve vyhledávači Google se objeví více než 5 000 odkazů. Týkají se použití modelu jak pro hodnocení zkoušek asfaltových směsí, tak pojiv. Model 2S2P1D vyhovuje dobře pro silniční asfalty a pojiva z R-materiálu. Větší rozdíly jsou mohou být u pojiv modifikovaných nebo u alternativních pojiv, která se objevují v posledních letech (syntetická polymerická pojiva a biopojiva). Tato pojiva nemají jednoduché

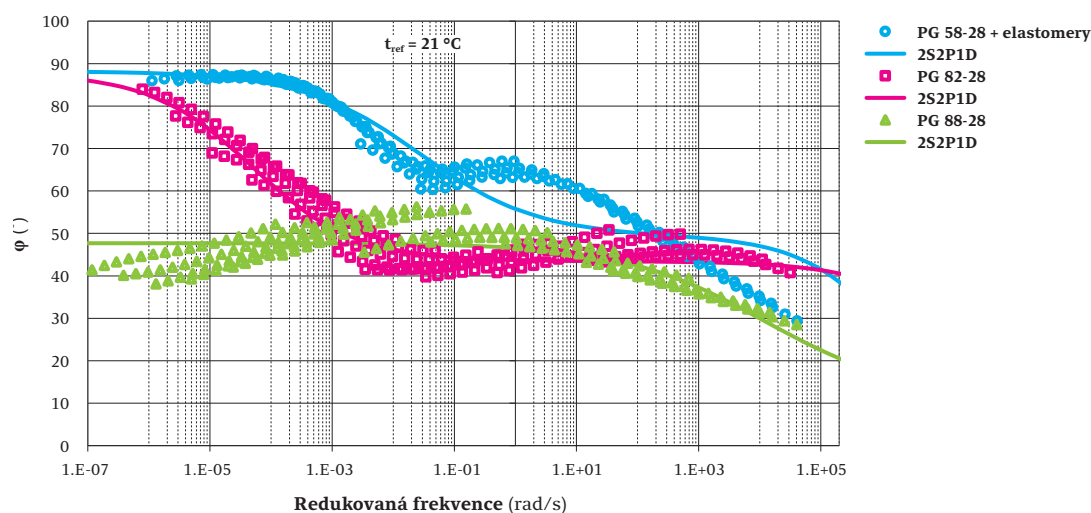
reologické chování a průběh křivek v Blackově diagramu je složitý. To je popsáno v literatuře [14].

Při vyhodnocování zkoušek pojiv je též třeba vzít do úvahy další problém. Určení parametrů E_0 a k u pojiv může být méně spolehlivé než u asfaltových směsí. Je to proto, že při standardních zkouškách komplexního smykového modulu v DSR s destičkami o průměru 8 mm při teplotách ≥ 10 °C je v diagramu Cole-Cole získána jen vzestupná část křivky. Pro stanovení klesající části křivky je třeba u pojiv zkoušet až pro teploty -30 °C. To je vidět z velkého množství výsledků pro silniční asfalty a jejich směsi s pojivem z R-materiálu v [15], nebo na obrázku 6 z rozsáhlé doktorské práce [16]. Byla v ní zkoušena asfaltová pojiva smíšená s jemnou frakcí R-materiálu (< 0,15 mm) v množství 20 %, 40 % a 60 %. Model 2S2P1D použit pro pojiva, pro mastix a pro asfaltové směsi a byly hledány vztahy mezi výsledky těchto zkoušek, protože v diagramu Cole-Cole mají křivky podobný tvar.

Zkoušky v DSR byly v [16] provedeny pro průměry průměry destiček 4 mm, 8 mm a 25 mm. To umožnilo realizovat zkoušky až do -40 °C a tím získat dostatečný pokles křivky za vrcholem.

Mastix byl zkoušen až do $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$. Málolterá laboratoř je ovšem vybavena přístroji DSR, které umožní zkoušet při tak nízkých teplotách. Nejsou-li zkoušky pojiv v DSR provedeny pro teploty nižší než nula, může být extrapolace pro získání parametrů E_0 a k problematická. Je ale možné vycházet z hodnot E_0 a k uvedených v člancích o modelu 2S2P1D pro asfaltová pojiva. V některých člancích jsou však vyhodnoceny parametry modelu 2S2P1D pro pojiva, ale není znázorněn průběh křivky v diagramu Cole-Cole. Pak je možné odhadovat pouze z rozsahu teplot uvedených v článku, jak velká byla extrapolace mimo měřené hodnoty, a tedy i spolehlivost stanovení parametrů modelu. Nicméně je třeba konstatovat, že model 2S2P1D se i pro pojiva často používá. Například v [10] byl tento model použit pro posuzování stárnutí asfaltových pojiv a vhodného dávkování oživovacích přísad.

V literatuře [17] byly porovnávány vlastnosti několika asfaltových směsí 0/12,5 mm s vysokým modulem tuhosti (označené EME, tj. „enrobé à module élevé“) navržených dle francouzských zvyklostí, ale pro použití v Kanadě, aby vyhověly i v drsném zimním období. Proto byly zkoušeny směsi se třemi silně modifikovanými pojivy. Ta byla klasifikovaná dle amerického systému jako PG 82-28, PG 88-28 a PG 58-28 (toto pojivo bylo modifikované 10 % elastomeru). Všechna tato pojiva by tedy měla být použitelná i pro teplotu $-28\text{ }^{\circ}\text{C}$. Modifikace pojiva se projevila na průběhu úhlu fázového posunu při zkoušce komplexního smykového modulu v dynamickém smykovém reometru. To je zobrazeno na obrázku 7, kde jsou rovněž křivky vypočtené dle modelu 2S2P1D. Větší odchylka v tvaru křivky mezi modelem a měřeními byla pouze u pojiva s 10 % elastomeru pro frekvence větší než 0,1 Hz.



Obrázek 7: Závislost úhlu posunu na frekvenci pro modifikovaná pojiva a model 2S2P1D dle [17]

Tabulka 2: Parametry modelu 2S2P1D pro směs VMT se silně modifikovanými asfalty dle [17]

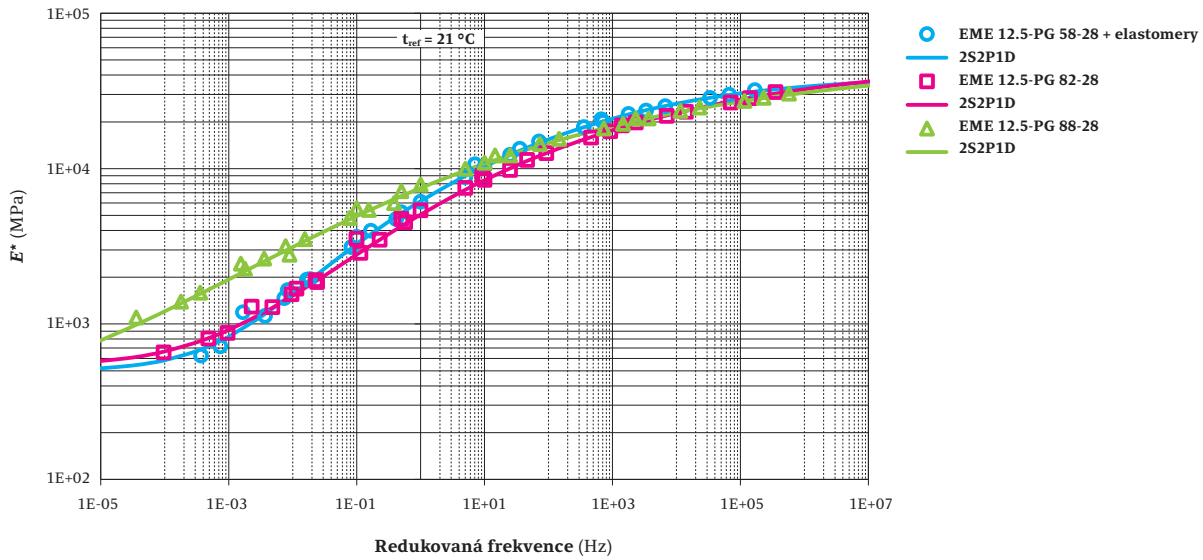
Pojivo	E_{00} (MPa)	E_0 (MPa)	k	h	δ	τ_0 (s)	β
PG 58-28 + elast.	495,2	39 422	0,233	0,568	3,831	0,076	9,0E+9
PG 82-28	560,7	48 286	0,171	0,442	2,954	0,005	9,0E+9
PG 88-28	289,7	51 823	0,111	0,287	1,872	0,003	9,0E+9

Zkoušky komplexního modulu tuhosti asfaltových směsí v tlaku na válcových tělesech byly provedeny podle AASHTO T 342 pro 5 teplot od $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $54\text{ }^{\circ}\text{C}$. Parametry modelu 2S2P1D pro směs VMT 0/12,5 mm jsou v tabulce 2.

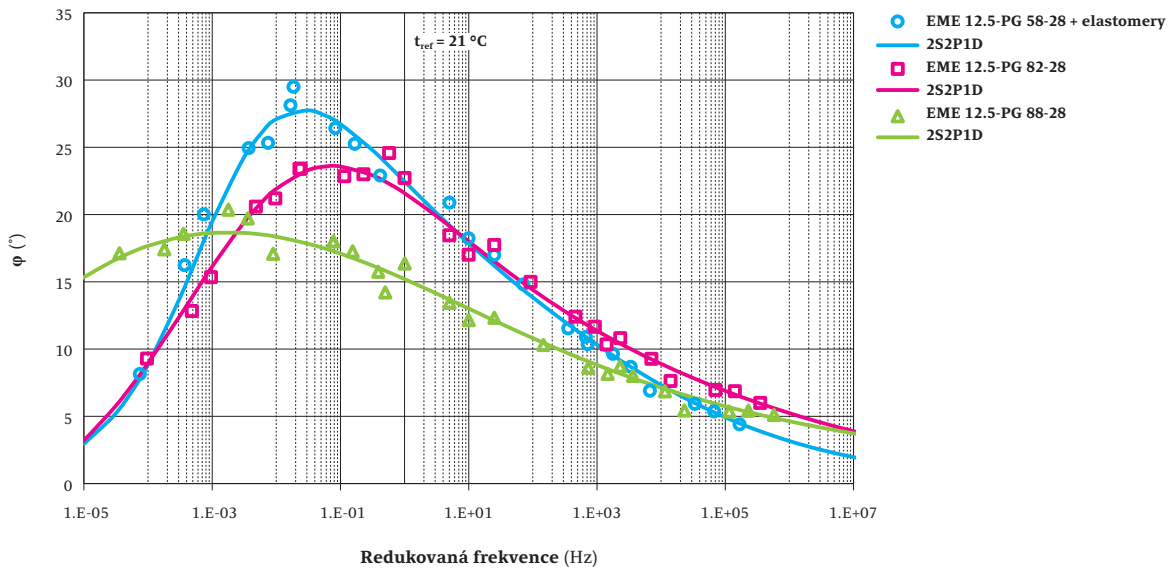
Hlavní křivky modulu tuhosti a úhlu fázového posunu směsí VMT dle [17] jsou na obrázku 8 a 9. Protože pojivo má velkou tuhost a asfaltová směs byla navržena tak, aby její tuhost byla vysoká (viz kapitola 3 v [17]), byl maximální naměřený úhel fázového posunu na obrázku 9 jen 29° . Viskoelastický model je tedy dobře použitelný v celém rozsahu teplot.

Diagramy Cole-Cole a Blacka jsou na obrázcích 10 a 11. Model 2S2P1D poměrně dobře vystihuje chování také u asfaltových směsí s modifikovaným pojivem, které je složitější než u směsí se silničními asfalty. Prezentace v diagramu Cole-Cole dobře doplňuje obvykle používané znázornění hlavních křivek. Rozdíl mezi modelem a měřeními je pouze u směsi s 10 % elastomeru v oblasti nejvyššího úhlu fázového posunu, kde se mění tvar křivky v diagramu Blacka.

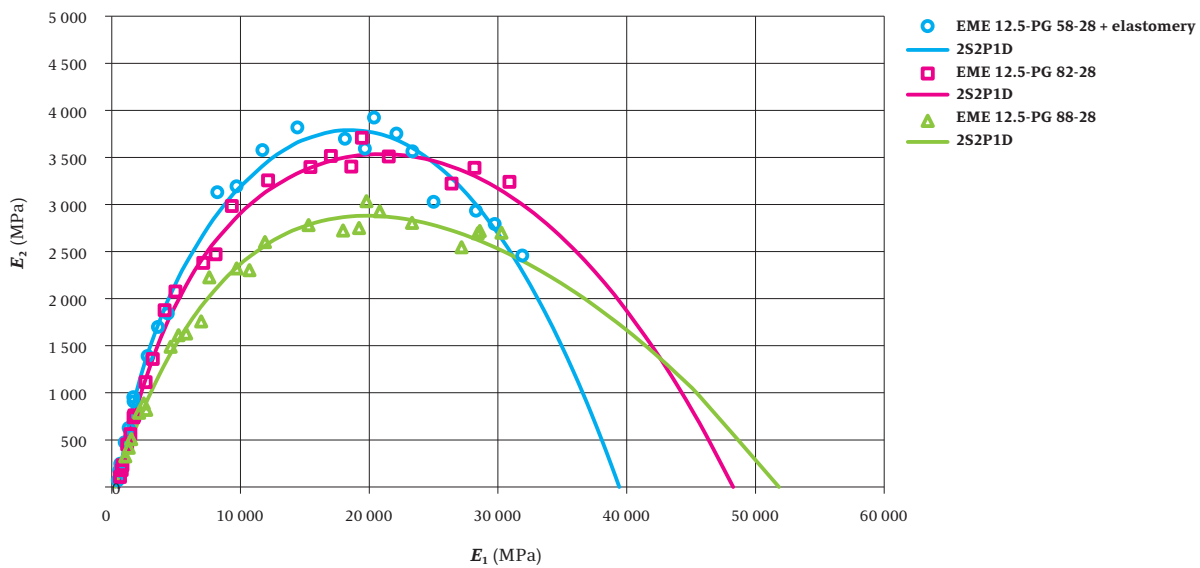
Uvedené příklady ukazují možnosti použití modelu 2S2P1D při porovnávání vlastností asfaltových pojiv a směsí. Za zmínku stojí, že v literatuře se objevily návrhy na úpravy modelu 2S2P1D. V jedné polské práci bylo navrženo zvýšit přesnost modelu přidáním třetího nelineárního pístu. V jedné čínské práci bylo naopak konstatováno, že by bylo možné jeden nelineární píst ubrat, čímž by se model zjednodušil a přesnost příliš nesnížila. Podrobnosti či odkazy na tyto práce zde neuvádíme. Protože modelem 2S2P1D bylo již vyhodnoceno větší množství asfaltových směsí a pojiv s dobrými zkušenostmi, je možné očekávat, že se model bude většinou používat v této formě i nadále.



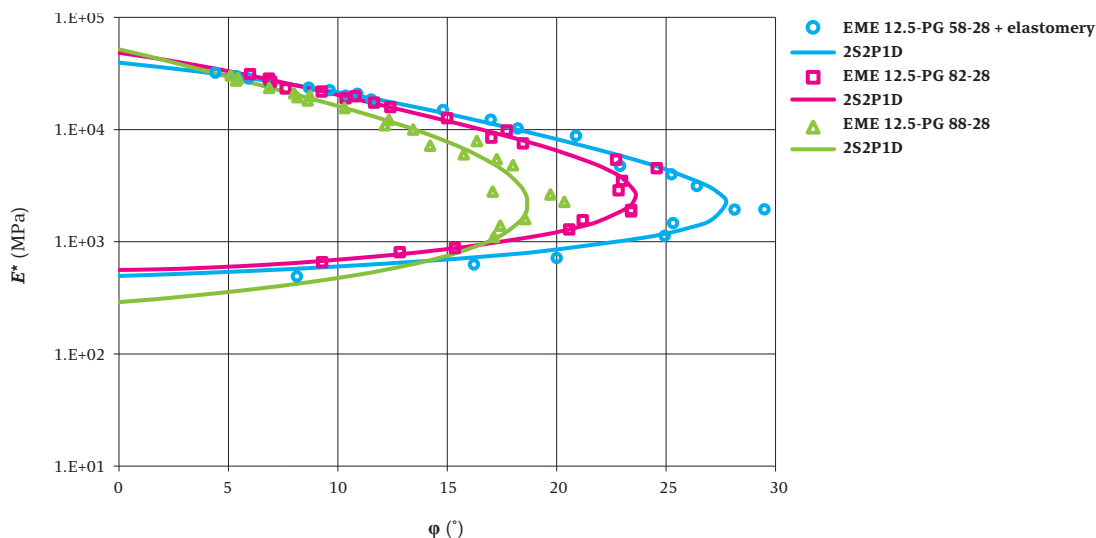
Obrázek 8: Hlavní křivky komplexního modulu asfaltových směsí VMT (EME) dle [17]



Obrázek 9: Hlavní křivky úhlu fázového posunu pro směsi VMT dle [17]



Obrázek 10: Diagram Cole-Cole pro směsi VMT dle [17]



Obrázek 11: Diagram Blacka pro směsi VMT dle [17]

Velmi dobře je vhodnost modelu 2S2P1D vystižena v literatuře [18], kde se konstatuje: „Na Blackových a Cole-Cole diagramech je vidět, že při měření komplexního modulu dochází k určitým fluktuacím. Tyto výkyvy souvisí s přesností stanovení fázového úhlu při analýze signálů napětí a deformace. Použití základního materiálového modelu se spojitým viskoelastickým spektrem, jako je v modelu 2S2P1D, zmírňuje tyto výkyvy a vytváří přesnější popis chování materiálu.“ K tomu lze dodat, že v některých případech může odchylka modelu od měření indikovat buď problém při měření, nebo to, že materiál nemá jednoduché reologické chování.

Použití modelu 2S2P1D pro simulace chování vozovek

Přímé použití reologických modelů s nelineárním pístem pro simulace chování vozovek je možné. Model Huet-Sayegh byl použit ve francouzském programu Viscoroute a model 2S2P1D v německém programu Dynapave. Vozovka byla modelována několika vrstvami s konstantními vlastnostmi. Stručné zmínky o těchto programech a jejich výsledcích jsou v literatuře [19] s odkazy na články jejich tvůrců. V literatuře o simulacích chování vozovek metodou konečných prvků se uvádí, že pro ně není přímé použití modelů s nelineárním pístem vhodné. Při velkém počtu prvků v MKP rostou nároky na paměť, protože je zapotřebí ukládat data z předchozích kroků [7]. Proto se v programech, jako je Abaqus nebo Ansys, používají pro vyjádření viskoelastických vlastností asfaltových vrstev koeficienty Pronyho řady.

Informace o převodech ze zkoušek komplexního dynamického modulu na Pronyho koeficienty jsou uvedeny například v literatuře [20] na stranách 93–98, nebo stručně přímo v manuálu Abaqus (například v kapitole 17.7 ve verzi 6,6). Podrobně je problematika konverzí mezi různými zkušebními metodami popsána například v [21]. Porovnání deformací vozovky naměřených při několika experimentech v USA s výpočtem metodou konečných prvků programem Abaqus s použitím Pronyho koeficientů je popsáno v článku amerických vědeckých pracovníků [22].

V doktorské práci [11] byla závislost modulu na frekvenci z křivky dle modelu 2S2P1D převedena na generalizovaný model Kelvin-Voight, jehož parametry odpovídají koeficientům Pronyho řady. V modelu bylo použito 19 parametrů. Tyto parametry pak byly použity ve francouzském programu pro metodu konečných prvků Cast3M. Tímto programem byly poté provedeny výpočty simulující chování vozovek při experimentech na únavové dráze v Nantes (strana 124 až 168 v [11]) a simulace chování vozovky při zatížení návrhovou nápravou na okružních křižovatkách (strana 213 až 226 v [11]).

Závěr

Pro posuzování tuhosti asfaltových směsí a pojiv v závislosti na teplotě a frekvenci zatěžování při kontinuální cyklické zkoušce je modul 2S2P1D užitečnou pomůckou. Umožňuje názorné porovnávání chování různých směsí. Pro jeho použití je však třeba mít k dispozici výsledky zkoušek pro několik teplot, u asfaltových směsí v rozsahu teplot alespoň 0 °C až 40 °C a u pojiv i pro teploty menší než nula. Při zkouškách standardních asfaltových směsí mohou již být větší odchylky mezi modelem a měřením pro teploty okolo 50 °C, kdy již může docházet k plastickým deformacím, takže už neplatí předpoklad o viskoelastickém chování materiálu.

Při standardním rozsahu zkoušení asfaltových směsí není pro aplikaci modelu 2S2P1D dostatečný počet výsledků měření. Model lze použít především v rámci výzkumných úkolů a při posuzování vlastností nových materiálů, se kterými nejsou zkušenosti, takže zkoušení v širším rozsahu teplot je zapotřebí.

Model 2S2P1D nelze přímo použít pro simulace metodou konečných prvků v programech jako Abaqus nebo Ansys, které vyjadřují viskoelastické chování pomocí koeficientů Pronyho řady. Je však možné stanovit koeficienty Pronyho řady z hlavní křivky modulu tuhosti získané modelem 2S2P1D. Je to obdobné jako při stanovení koeficientů Pronyho řady z hlavní křivky sestrojené pomocí sigmoidy, které je popsáno v literatuře.

Ing. Jiří Fiedler

Literatura

- [1] Fiedler J. *Metody stanovení hlavních křivek komplexních modulů asfaltových pojiv a směsí*, konference Asfaltové vozovky 2019
- [2] Anderson D.A. a kol. (2010) *Continuous Models for Characterising Linear Viscoelastic Behavior of Asphalt Binders*
- [3] Fiedler J., et al. *Hodnocení a modelování nízkoteplotních vlastností asfaltových pojiv*, konference Asfaltové vozovky 2021
- [4] Žák J. *Numerická charakteristika vlastností asfaltových směsí*, ČVUT v Praze, 2014
- [5] Mangiafico S., et al. *2S2P1D Model Calibration Error from User Panel for One Bitumen and One Bituminous Mixture*, 2019
- [6] Cardona D., et al. *Viscoelastic Behaviour Characterization of a Gap-graded Asphalt Mixture with SBS Polymer Modified Bitumen*, Materials Research 2015. Available at: www.researchgate.net
- [7] Woldekidan M.F. *Response Modelling of Bitumen, Bituminous Mastics and Mortar*, 2011, thesis, TU Delft. Available at: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3Ae3f99110-41fe-423d-97e3-eb35ea95b271>
- [8] Xuan Quy LE. *Analysis and modelling of APT experiments based on optimized management of database of mechanical measurements*, Thesis, 2022. Available at: <https://theses.hal.science/tel-04056901/document>
- [9] AUSTROADS TEST METHOD AGPT/T274, *Characterisation of Flexural Stiffness and Fatigue Performance of Bituminous Mixes*, 2016
- [10] Ren S., et al. *Aging and rejuvenation effects on the rheological response and chemical parameters of bitumen*, 2023. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2238785423012541>
- [11] Ambassa Z. *Vers la modélisation du comportement à la fatigue des chaussées bitumineuses routières sous chargement réel*, Thesis, 2013. Available at: <https://www.yumpu.com/fr/document/view/19049005/vers-la-modelisation-du-comportement-a-la-fatigue-des-chaussees>
- [12] Qinwu Xua, et al. *Modelling linear viscoelastic properties of asphalt concrete by the Huet–Sayegh model*, 2009
- [13] Mingzhu Qiu, et al. *Parameter Determination of the 2S2P1D Model and–Negami Model Based on the Genetic Algorithm and Levenberg–Marquardt Optimization Algorithm*, 2023. Available at: <https://www.mdpi.com/2073-4360/15/11/2540>
- [14] Airey, G.D., et al. *Time-dependent viscoelastic rheological response of pure, modified and synthetic bituminous binders*, 2016. Available at: <https://core.ac.uk/download/pdf/162661788.pdf>
- [15] Mangiafico S., et al. *Viscoelastic properties of bitumen blend obtained from pure and RAP extracted binders*, 5th Eurasphalt & Eurobitume Congress, 2012
- [16] Chiara Ricardi. *Mechanistic modeling of bituminous mortars to predict performance of asphalt mixtures containing RAP*, thesis, 2017. Available at: https://leopard.tu-braunschweig.de/servlets/MCRFileNodeServlet/dbbs_derivate_00044432/Diss_Riccardi_Chiera.pdf
- [17] Moghaddam T.B. *Development of high modulus asphalt concrete mix design for use on Ontario’s highways*, Thesis, 2019. Available at: https://uwaterloo.ca/bitstream/handle/10012/14323/Baghaee_Moghaddam_Taher.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- [18] Luciano Pivoto Specht, et al. *Application of the theory of viscoelasticity to evaluate the resilient modulus test in asphalt mixes*, Construction and Building Materials, May 2017. Available at: DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.05.037
- [19] Fiedler J. *Vliv rychlosti pohybu vozidel při navrhování vozovek*, Konference Asfaltové vozovky 2023
- [20] Ebrahimi M. *Investigation of Viscoelastic Behaviour and Permanent Deformation Modelling for New Zealand Hot Mix Asphalts*, 2015. Available at: <https://ir.canterbury.ac.nz/server/api/core/bitstreams/ab0be169-b59b-45aa-906b-e8bf92aab0f8/content>
- [21] Weiguang Zhang, et al. *Comparison of Relaxation Modulus Converted from Frequency- and Time-Dependent Viscoelastic Functions through Numerical Methods*, 2018. Available at: <https://www.mdpi.com/2076-3417/8/12/2447>
- [22] Gungor O., et al. *In-Situ Validation of Three-Dimensional Pavement Finite Element Models*, September 2016, In book: *The Roles of Accelerated Pavement Testing in Pavement Sustainability* (pp.145-159). Available at: <https://www.researchgate.net>
- [23] Airey G.D., et al. *A comparative study of the influence of shift factor equations on master curve construction*, 2011. Available at: <https://www.researchgate.net/>